

**VIII CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA
FORTALEZA – 24 a 31 DE JULHO DE 1977**

O DATUM GEODÉSICO DE CHUÁ

ENGENHEIRO LYSANDRO VIANA RODRIGUEZ

O DATUM GEODÉSICO DE CHUÁ

I – GENERALIDADES:

O ideal de unificação do Sistema Geodésico Sul-Americano e de implantação de um Datum Geodésico Único para o continente, vem sendo alimentado há muitos anos.

O assunto foi debatido em várias reuniões do Comitê de Geodésia do Instituto Pan-Americano de Geografia e História, das quais participaram representantes do Governo Brasileiro. Em todas elas foram aprovadas recomendações incentivando projetos de interligações da triangulação e do nivelamento geodésico, bem como estudos para a escolha do Datum.

Na Quarta, Quinta e Sexta Reuniões de Consulta, realizadas respectivamente em Buenos Aires, Santiago do Chile e na República Dominicana, foi recomendada a intensificação dos levantamentos gravimétricos em uma grande área, compreendida entre os meridianos de 55°W e 63°W e os paralelos de 18°S e 27°S abrangendo portanto grande parte dos territórios da Argentina, Bolívia, Brasil e Paraguai. Na Oitava Reunião, realizada em Cuba, a área proposta foi ampliada de 45°W até 63°W e de 15°S até 27°S.

Considerando a natureza dessa área, as dificuldades de transporte e comunicação e as limitações dos recursos disponíveis em cada um dos países envolvidos no protejo, tal recomendação teria importado em um empreendimento de enormes proporções.

No caso particular do Brasil, entretanto, houve uma intensificação de estudos gravimétricos em torno do vértice Córrego Alegre, o qual servia na época de Datum Provisório. Com o desvio da vertical arbitrariamente igualada a zero, tínhamos a posição do ponto origem definida pelas suas coordenadas astronômicas e a direção inicial pelo azimute astronômico do lado Córrego Alegre Chapada das Areias. Para superfície de referência, tínhamos o Elipsóide Internacional.

Embora tratando-se de um Datum arbitrário, é interessante salientar que sua escolha não foi produto do acaso, mas, sim, o resultado de um processo expedito de comparação de desvio da vertical observados, ao longo do arco de triangulação do meridiano de 49°.

Esse foi o primeiro arco da rede nacional de triangulação geodésica. Iniciado em Goiânia, do norte para o sul, logo foi interrompido e reiniciado em Criciúma, em 30 de

novembro de 1944, para o sul até o Farol de Torres, progredindo depois para o norte, ao longo do citado meridiano. Como origem provisória destinada ao cálculo de posições geodésicas, foram utilizadas, na fase inicial, o Marco Norte da base de Criciúma e, depois, o Marco Norte da base de Itararé.

Ambos esses pontos logo se revelaram impróprios, pois o cálculo de posições geodésicas e o transporte de azimutes, ao longo da cadeia de quadriláteros, conduzia a variações muito grandes dos desvios da vertical. Não havendo como atribuir essas variações a erros de observações ou de cálculos geodésicos, era forçoso concluir que elas se deviam à influência do relevo e da composição geológica do terreno nas coordenadas astronômicas.

Para aumentar as informações existentes, foram determinadas várias coordenadas astronômicas de segunda ordem, em dois ou três vértices de triangulação para cada trecho compreendido entre pontos de Laplace.

Embora esse trabalho tenha sido conduzido com extrema economia, permitiu concluir que os desvios eram muito maiores no lance compreendido entre Torres (RS) e Itararé (SP).

De Itararé para o norte, os desvios tinham variações bem menores, tornando-se praticamente constantes no planalto.

Relacionando esses dados com o relevo, observa-se que a região onde eram maiores os desvios está situada entre a Serra Geral a Oeste, curvando-se para nordeste, e o Oceano Atlântico a leste, infletindo o litoral também para Nordeste.

Logicamente, a influência das montanhas, de um lado, e a da depressão oceânica, de outro, contribuem para o mesmo efeito, isto é, a inclinação da vertical para o lado oposto às montanhas.

No planalto, pelo contrário, a serra e o mar estão ambos a leste e a nordeste, e seus efeitos opõem-se um ao outro. A vertical sofre a influência apenas do relevo e da constituição geológica do terreno nas vizinhanças da estação. Daí serem menores as suas variações.

Por esses motivos, o vértice Córrego Alegre, situado na interseção dos arcos de triangulação do Meridiano de 49° e do Paralelo de 20° , foi escolhido como Datum

arbitrário, definido por suas coordenadas astronômicas e pelo azimute para o vértice chapada das Areias:

LATITUDE: $19^{\circ} 50' 15,14''$ S

LONGITUDE: $48^{\circ} 57' 42,75''$ W

AZIMUTE: $128^{\circ} 21' 48,96''$

II – DEFINIÇÕES:

Na acepção mais geral entende-se por “Datum Geodésico” o conjunto dos parâmetros que definem a superfície de referência adotada, bem como as coordenadas geodésicas do ponto escolhido como origem, a altura desse ponto acima da superfície de referência e o azimute geodésico de um determinado alinhamento contado a partir do ponto considerado.

São os seguintes esses dados:

I – Relativos ao elipsóide de referência:

- 1) Semi eixo maior: a
- 2) Achatamento: f

II – Relativos à origem:

- 3) Latitude geodésica: ϕ
- 4) Longitude geodésica: λ
- 5) Azimute geodésico: α
- 6) Altura do ponto acima da superfície de referência: N

Em outra acepção, mais precisa, os dois primeiros parâmetros definem a Superfície de Referência e os quatro últimos o Ponto Datum. O último dos parâmetros do Datum é a altura do Geóide acima da superfície de referência.

Não deve ser confundida com altitude geodésica pois, esta é a distância entre o ponto de observação, no terreno, e a superfície do Geóide. A diferença entre as duas é a cota do Geóide, ou seja, o segmento da normal compreendido entre o Geóide e a Superfície de Referência.

III – A FÓRMULA DE STOKES:

A fórmula de Stokes permite calcular a cota de uma superfície equipotencial da gravidade, em relação a uma superfície de referência, desde que:

- a) seja conhecida a aceleração da gravidade, ponto por ponto, em cada uma das duas superfícies.
- b) a superfície de referência também seja equipotencial da gravidade.

Considerando-se que podemos adotar as hipóteses mais convenientes para a forma e as dimensões da superfície de referência e também quanto à variação da aceleração da gravidade na mesma, adota-se uma fórmula simples para exprimir a aceleração da gravidade nessa superfície.

Aceita essa consideração, denomina-se “gravidade normal” a que é obtida por essa fórmula, e “gravidade observada” a que é obtida por observações no terreno. Gravidade reduzida é a que se obtém por redução da gravidade observada ao nível médio do mar.

Também por convenção denomina-se “anomalia da gravidade” a diferença entre a gravidade reduzida e a gravidade normal.

A fim de calcular as cotas geoidais, pode-se então usar a fórmula de Stokes.

Para isso é que foi projetado e iniciado o levantamento gravimétrico de uma área circular com raio de 300 km e centro no vértice Córrego Alegre. Destruído esse vértice em consequência de obras de urbanização, o centro da área foi transferido para o vértice Chuá.

O fundamento teórico desse empreendimento é que uma determinada cota geoidal é consequência, não somente da anomalia no ponto considerado, como também

das anomalias em inúmeros outros pontos vizinhos. Cada uma das anomalias observadas concorre com um pequeno vetor para a cota geoidal no ponto desejado.

Além disso entende-se que a determinação de um certo número de cotas geoidais, próximas do ponto em estudo, define praticamente a superfície do Geóide nesse ponto.

A direção da normal à superfície do Geóide projetada sobre os planos do meridiano e do primeiro vertical determina as duas componentes convencionais do desvio.

Por esse motivo é que foi observada um número muito grande de estações gravimétricas, concorrendo cada uma delas, com um pequeno vetor, para a cota geoidal e o desvio da vertical no centro da área. Pode-se admitir que a resultante seja uma aproximação suficiente da verdadeira grandeza do desvio.

Para o cálculo das componentes do desvio da vertical, têm aplicação mais direta as fórmulas deduzidas por VENING MEINESZ da fórmula de STOKES e que são as seguintes:

$$\xi'' = -(\operatorname{cosec} 1''/2 \pi G) \iint \Delta g [\bar{d}f(\psi)/d(\psi)] \operatorname{sen} \psi \cos \alpha \, d\psi \, d\alpha \quad (1)$$

$$\eta'' = -(\operatorname{cosec} 1''/2 \pi G) \iint \Delta g [\bar{d}f(\psi)/d(\psi)] \operatorname{sen} \psi \operatorname{sen} \alpha \, d\psi \, d\alpha \quad (2)$$

cujos termos estão definidos no anexo I

IV – PROCESSO DE CÁLCULO:

As observações de campo fornecem, em cada estação gravimétrica, as seguintes grandezas:

- 1) Aceleração da gravidade: g
- 2) Altitude h
- 3) Latitude ϕ
- 4) Longitude λ

A altitude é necessária para a redução da gravidade observada ao nível do mar.

A latitude e a longitude são necessárias para definir a posição geográfica do ponto de observação. A latitude é utilizada também no cálculo da gravidade normal.

Existente vários métodos de redução da gravidade ao nível do mar. Neste trabalho, entretanto, usou-se o método da Faye, pelo qual se obtém resultados bastante próximos aos da redução isostática, com a vantagem da simplicidade de cálculo e economia de tempo.

A fórmula de Faye, é por demais conhecida:

$$C_f = 0,3086.h \quad (3)$$

Onde:

C_f é a correção de Faye; h é a altitude do ponto de observação, em metros.

Para o cálculo de gravidade normal foi usada a fórmula clássica:

$$g_o = 978,049 (1 + \alpha \sin^2 \phi - \beta \sin^2 2 \phi) \quad (4)$$

Onde:

$$\alpha = 0,0052884$$

$$\beta = 0,0000059$$

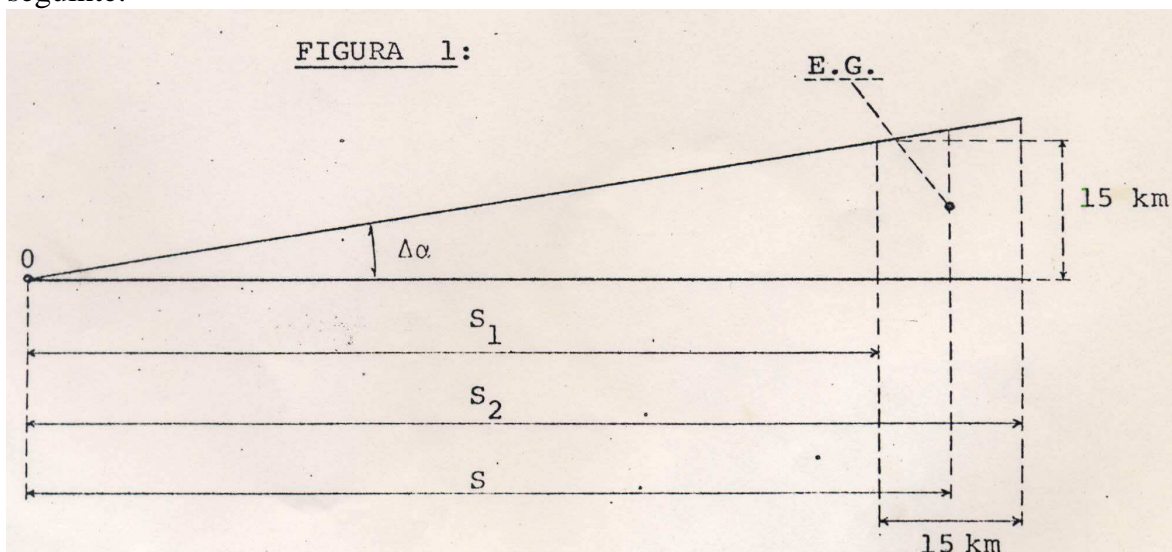
De então para cá essa fórmula foi modificada. A modificação, entretanto, não chega a afetar gravemente o cálculo das anomalias, por terem sido alterados também, no mesmo sentido, os padrões de aferição para as observações gravimétricas. Obtidos os valores da gravidade observada, da correção de Faye e da gravidade normal, a anomalia resulta da fórmula seguinte:

$$\Delta g = (g + C_f) - g_o \quad (5)$$

O espaçamento das estações gravimétricas foi projetado com o intuito de alcançar um razoável equilíbrio entre a economia e a precisão. Após o estudo do relatório de trabalho idêntico realizado na região Sudoeste dos Estados Unidos (Alfred Eullins - Tables for the Computation of Deflections of the Vertical from Gravity Anomalies - Washington - 1952), levou-se também em conta o percurso e o tempo necessários para o levantamento de duas estações por dia, concluindo-se pela adoção do espaçamento médio 15km.

De acordo com esse critério, pode-se admitir, no cálculo, que cada estação gravimétrica seja representativa de um compartimento de 225 km², equivalente a um quadrado de 15 km de lado.

O cálculo do vetor correspondente a cada estação pode ser ilustrado pela figura seguinte:



Onde:

\underline{Q} é o centro da área.

E.G. é a estação gravimétrica.

S_1 e S_2 são distâncias em quilômetros.

$$\Delta\alpha = \frac{15}{S} \text{ radianos}$$

\underline{S} é a distância em quilômetros do centro da área ao centro do compartimento.

A distância, S , e o Azimute, α , (que serão utilizados no cálculo das componentes do desvio) precisam ser determinados por cálculo inverso, a partir das coordenadas do centro da área e do ponto de observação.

De acordo com as fórmulas anteriores, o vetor no centro da área e na direção da estação observada é dado pela fórmula abaixo:

$$D = - \frac{1}{2\pi G} \Delta g \Delta\alpha \int_{\psi_1}^{\psi_2} \frac{df(\psi)}{d\psi} \sin \psi d\psi \quad (6)$$

Onde:

G é o valor médio da gravidade terrestre

Δg é a anomalia da gravidade

$\Delta\alpha$ é o ângulo subtendido pelo lado de 15 km à distância S

$f(\psi)$ é função do ângulo central (ψ) nas fórmulas de VENING MEINESZ.

As componentes nos planos do meridiano e do primeiro vertical, podem ser então calculadas pelas fórmulas abaixo, para obtermos a influência de cada compartimento:

$$\Delta\xi'' = \frac{1}{\sin 1''} D \cos \alpha \quad (7)$$

$$\Delta\eta'' = \frac{1}{\sin 1''} D \sin \alpha$$

Onde:

α é o azimute da seção normal no centro da área (ou seja, no ponto Datum) que contém o centro do compartimento (que é a estação gravimétrica). Este azimute é contado a partir do sul no sentido horário.

As componentes resultantes, nos planos do meridiano e do primeiro vertical, vêm a ser portanto:

$$\xi'' = \frac{1}{\sin 1''} \sum D \cos \alpha \quad (8)$$

$$\eta'' = \frac{1}{\sin 1''} \sum D \sin \alpha$$

No centro da área, as fórmulas (2) são descontínuas e por isso foram levantados quatro perfis gravimétricos com estações de 30 em 30 metros e extensão de 600 metros, estendendo-se 300m para cada lado do vértice geodésico, nas direções norte-sul, leste-Oeste, nordeste e sudoeste.

Plotando graficamente as anomalias encontradas em cada um desses pontos, obtemos sem dificuldades os gradientes da anomalia em cada uma das quatro direções adotadas.

Temos então:

$$\xi_1'' = \frac{1}{2G \sin 1''} \left(S_0 + \frac{3}{4a} S_0^2 \right) \frac{\delta \Delta g}{\delta X} \quad (9)$$

$$\eta_1'' = \frac{1}{2G \sin 1''} \left(S_0 + \frac{3}{4a} S_0^2 \right) \frac{\delta \Delta g}{\Delta Y}$$

Onde:

S_0 é o raio do círculo

a é o semi-eixo maior do elipsóide de referência

$\frac{\delta \Delta g}{\delta X}$ é o gradiente segundo o meridiano

$\frac{\delta \Delta g}{\Delta Y}$ é o gradiente segundo o primeiro vertical

V – CONSIDERAÇÕES FINAIS:

As componentes do desvio da vertical, no vértice CHUÁ, foram calculadas pelas fórmulas (8), através de processamento eletrônico, aproveitando 1365 estações gravimétricas comuns, e mais as 81 estações do círculo interno, utilizadas para aplicação da fórmula (9).

Os valores das componentes do desvio da vertical foram $0,1771''$ e $2,6327''$ e que aplicados às coordenadas astronômicas de CHUÁ resultaram em:

LATITUDE: $19^{\circ} 45' 41,1629''$ S

LONGITUDE: $48^{\circ} 06' 05,1673''$ W

Paralelamente a essas observações foram iniciadas as determinações de coordenadas astronômicas para a determinação de perfis astro-geodésicos, por iniciativa do DMA, sob a orientação da Sra. Irene Fischer, visando o mesmo objetivo: as coordenadas geodésicas do vértice CHUÁ.

Os resultados dessa pesquisa foram publicadas em 1973 sob o título “The Basic Framework of the South American Datum of 1969”, Irene Fischer, Washington, D.C.

As coordenadas encontradas para o vértice CHUÁ foram as seguintes:

LATITUDE: $19^{\circ} 45' 41,6527''$ S

LONGITUDE: $48^{\circ} 06' 04,0639''$ W

Como se vê, as diferenças encontradas foram bem pequenas, o que seria, possivelmente um assunto digno da atenção da Sra. Irene Fischer, cujas minuciosas pesquisas conduziram à determinação do Datum Sul-Americano.

ANEXO I

Definição dos termos das fórmulas (1) e (2).

ξ e η são as componentes do desvio da vertical.

\underline{G} é o valor médio da aceleração da gravidade terrestre.

$\underline{f}(\psi)$ e $\frac{df(\psi)}{d(\psi)}$ são dados pelas fórmulas seguintes:

$$f(\psi) = 1/2 \{ \operatorname{cosec} \psi/2 + 1 - 6 \operatorname{sen} \psi/2 - 5 \cos \psi - 3 \cos \psi \times \\ \log (\operatorname{sen} \psi/2 + \operatorname{sen}^2 \psi/2) \}$$

$$\frac{df(\psi)}{d(\psi)} = 1/2 \{ - (\cos \psi/2) \div (2 \operatorname{sen}^2 \psi/2) - 3 \cos \psi/2 + \\ 5 \operatorname{sen} \psi + 3 \operatorname{sen} \psi \times \log (\operatorname{sen} \psi/2 + \operatorname{sen}^2 \psi/2) - \\ 3/2 [(1 + 2 \operatorname{sen} \psi/2) \div (1 + \operatorname{sen} \psi/2)] \cot \psi/2 \cos \psi \}$$